

# PMB1104 LINEÁRIS ALGEBRA (Gy, 2+0)

2015 – 16. tanév II. félév

**Előadó:** Dr Lénárd Margit egyetemi docens

**Fogadóóra:** kedd 10–11:30. E épület 119. szoba.

**e-mail:** lenard.margit@nye.hu

**A tárgy célja** a lineáris algebra klasszikus fejezeteinek (szabadvektorok, mátrixok, determinánsok) megismerése és a modern lineáris algebra alapjainak (véges vektorterek, lineáris leképezések, sajátértékek és sajátvektorok) elsajátítása.

**Előadás** (heti felbontásban)

1. Szabad vektorok (összeadás, skalárral való szorzás, tulajdonságok), Skaláris (belső) szorzat a síkban és térben, tulajdonságok, hossz, szög, távolság fogalma. Vektoriális (külső) szorzat és vegyes szorzat a térben, tulajdonságok, geometriai interpretáció.
2. Vektorok koordinátás alakban, Descartes-féle koordináta rendszer. Vektorokkal végzett műveletek koordinátás alakja. Vektoriális (külső) szorzat és vegyes szorzat a térben. Vektorok összeadása, skalárral való szorzása és a skaláris szorzás  $\mathbb{R}^n$ -ben.
3. Nevezetes egyenlőtlenségek (Cauchy-Bunyakovszkij-Schwarz-egyenlőtlenség, háromszög-egyenlőtlenség). Egyenes és sík egyenletei.
4. Lineáris egyenletrendszer, ekvivalens lineáris egyenletrendszerek. Lineáris egyenletrendszer mátrixa, kibővített mátrixa, elemi sorműveletek, lépcsős alak, redukált lépcsős alak. Megoldás kiküszöböléssel, Gauss-módszer.
5. Az  $\mathbb{R}^n$  vektortérben lineáris kombináció, lineáris függetlenség, lineáris összefüggőség, generátorrendszer, bázis, dimenzió.
6. Lineáris egyenletrendszerek megoldásának szerkezete. Altér, altér bázisa, vektor felírása bázis vektorokkal. Vektorrendszer rangja. Bázis tétel, dimenzió.
7. **Első zárthelyi dolgozat.**
8. Mátrixok. Műveletek mátrixokkal (összeadás, skalárral való szorzás, szorzás, transzponálás). Speciális mátrixok (négyzetes, diagonális, háromszögalakú, szimmetrikus, ferdén szimmetrikus). Mátrix sortere, oszloptere, rangja, rangszám tétel. Inverz mátrix.
9. Determináns, aldetermináns, kofaktor. Determináns tulajdonságai. Kifejtési tétel. Determinánsok kiszámítása  $n = 2, 3, 4$  esetén.
10. Lineáris leképezések, képtér és magtér, mátrix reprezentáció, báziscsere.
11. Mátrix sajátértéke, sajátvektor, hasonló mátrixok, diagonalizálás.
12. Mátrix sajátértéke, sajátvektor, hasonló mátrixok, diagonalizálás.
13. **Második zárthelyi dolgozat.**

## Gyakorlat

A gyakorlatok célja az előadáson elhangzott fogalmak és állítások megértése, elmélyítése feladatok megoldása során. **Az előadáson való részvétel határozottan ajánlott**, az ott elhangzó mintapéldák segítik tananyag megértését, elsajátítását. Ezzel szemben **a gyakorlatokon kötelező az aktív részvétel**, három hiányzás után a hallgató nem teljesítette a félévet, vizsgázni sem mehet. A kiadott feladatokat hétről hétre el kell készíteni, ezekből hetente egy feladat írásban számonkérésre kerül, melyek megírásával összesen 10 pontot lehet elérni.

A félév során kettő, egyenként 90 perces, 45 pontos közös zárthelyit írnak a gyakorlati csoportok az előadás időpontjában, **2016. április 4.-én és május 23.-án**. Az a hallgató, aki a felgyógyulás napját feltüntető orvosi naplótételszámmal ellátott pecsétetes igazolást mutat be az elmulasztott ZH időpontjára, pótolhatja a ZH-t a zárthelyit követő héten, egyeztetett időpontban.

**Gyakorlati jegy:** A félév során elérhető összpontszám 100, az érdemjegy jeles (85 pont), jó (70 pont), közepes (55 pont), elégséges (45 pont). Az elégtelen gyakorlati jegyet egyszer lehet javítani. Annak a hallgatónak, aki a félév során eléri a 40 pontot, csak a rosszabbul sikerült zárthelyi témájából kell utóvizsga ZH-t írnia, mely helyettesíti a korábban megírt ZH pontszámát.

### Kötelező irodalom

Wetttl Ferenc: Lineáris algebra, Budapesti Műszaki Egyetem Természettudományi Kar, Matematika Intézet, 2011, TÁMOP 4.1.2. 08/2/A/KMR-2009-0028 számú pályázat, Természettudományos (matematika és fizika) képzés a műszaki és informatikai felsőoktatásban című projekt keretében

### Ajánlott irodalom

1. Kovács Zoltán: Lineáris algebra I., II. (előadásvázlat), [zeus.nyf.hu/~kovacs](http://zeus.nyf.hu/~kovacs)
2. Bácsó Sándor: Diszkrét matematika I., egyetemi jegyzet, mobiDIÁK könyvtár, Debreceni Egyetem Informatikai Kar, 2003 (3-5 fejezetek)
3. Orosz Ágota, Kaiser Zoltán: Diszkrét matematika I. példatár, egyetemi jegyzet, mobiDIÁK könyvtár, Debreceni Egyetem Informatikai Kar, 2004 (3-4 fejezetek)

Nyíregyháza, 2016. február 18.-án

Dr Lénárd Margit egyetemi docens